Tarea 4 de Análisis Vectorial

24 de Febrero 2015

Resuelva los siguientes problemas.

1) Si $\vec{F}$ y $\vec{G}$ son campos conservativos. Es $\vec{F} \times \vec{G}$ conservativo.

2) Un campo de fuerza esta definido por $\vec{F} = \frac{x\hat{\imath}+y\hat{\jmath}+x\hat{k}}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$ en todos los puntos menos el origen. Movemos una partícula a lo largo del segmento de recta, del punto (1,2,3) al punto (2,3,5).

a)Cuál es el trabajo realizado por la fuerza sobre la partícula?

b) Cuál es el trabajo si la trayectoria entre los dos puntos es una curva arbitraria?

3) Sea $\vec{F} = (6x - 2e^{2x}y^2)\hat{\imath} - 2ye^{2x}\hat{\jmath} + \cos z\hat{k}$

a) Determine si $\vec{F}$ es conservativo.

b) Evalue la integral de línea $\int_C F \cdot d\vec{\alpha}$ a lo largo de la trayectoria parametrizada por $\vec{\alpha}(t) = t\hat{\imath} + (t-1)(t-2)\hat{\jmath} + \frac{\pi}{2}t^3\hat{k}$ donde $0 \leq t \leq 1$.

c) Evalue la integral de línea $\int_C F \cdot d\vec{\alpha}$ a lo largo de la trayectoria parametrizada por $\vec{\alpha}(t) = \frac{1}{2}(t-1)\hat{\imath} + t(3-t)\hat{\jmath} + \frac{\pi}{4}(t-1)\hat{k}$ donde $1 \leq t \leq 3$.

4) Sea $\mu(x, y)$ un factor integrante de la ecuación $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$.

a) Demostrar
$$\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} = Q\frac{\partial}{\partial x}\ln|\mu| - P\frac{\partial}{\partial y}\ln|\mu|$$

b) Deducir de esta ecuación las siguientes reglas para encontrar factores integrantes.

•Si $(\partial P/\partial y - \partial Q/\partial x)/Q$ es una función $f(x)$ de una sola variable x, $e^{\int f(x)dx}$, es un factor integrante.

•Si $(\partial Q/\partial x - \partial P/\partial y)/P$ es una función $g(y)$ de una sola variable y, $e^{\int f(y)dy}$, es un factor integrante.

5) Si $\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} = f(x)Q(x, y) - g(y)P(x, y)$

a) Demostrar que $\int f(x)dx + \int g(y)dy$ es un factor integrante de la ecuación diferencial $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$.

Calcular el factor integrante y la familia de soluciones para las siguientes ecuaciones

b) $(2x^2y + y^2)dx + (2x^3 - xy)dy = 0$

c) $(e^x \sec y - \tan y)dx + dy = 0$.

6) Hallar el factor integrante, y la familia de soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $ydx - (2x + y)dy = 0$

b) $(x^3 + y^3)dx + -xy^2dy = 0$

7) Sea $\vec{F} = \vec{\omega} \times \vec{R}$, donde $\vec{\omega}$ es constante. Calcule $\int \vec{F} \cdot d\vec{R}$ a lo largo de la línea recta de $(0, 0, 0)$ a $(2, 2, 2)$.