

Tarea 1 de Cálculo de Varias Variables

Fecha de entrega 15 de Agosto del 2012

Resuelva los siguientes problemas.

1.- Sea f un campo escalar definido en un conjunto S y c un número real dado. El conjunto de todos los puntos \vec{x} de S tales que $f(x) = c$, se llama conjunto de nivel. Para cada uno de los campos escalares siguientes, S es todo el espacio \mathbb{R}^n . Hacer un dibujo para describir los conjuntos de nivel correspondientes.

a) $f(x, y) = e^{xy}$

b) $f(x, y) = \cos(x + y)$

c) $f(x, y, z) = x + y + z$

d) $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$

2.- En cada uno de los siguientes casos, sea S el conjunto de todos los puntos (x, y) del plano que satisfacen las desigualdades dadas. Determine si es abierto o cerrado.

a) $x^2 + y^2 < 1$

b) $3x^2 + 2y^2 < 6$

c) $|x| \leq 1, |y| \leq 1$ d) $(x^2 + y^2 - 1)(4 - x^2 - y^2) > 0$

3.- En cada uno de los siguientes casos, sea S el conjunto de todos los puntos (x, y, z) del espacio tridimensional que satisfacen las desigualdades dadas. Determine si es abierto o cerrado.

a) $z^2 - x^2 - y^2 - 1 > 0$

b) $|x| \leq 1, |y| < 1, |z| < 1$

4.- En cada uno de los siguientes ejemplos se define un campo escalar f mediante la ecuación dada para todos los puntos (x, y) del plano definidos por la expresión del segundo miembro. Determinar en cada ejemplo el conjunto de puntos (x, y) en los que f es continua a) $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4x^2y^2$

b) $f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$

c) $\arctan\left(\frac{x}{y}\right)$

5.- Si $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x, y) = L$ y si existen los dos límites unidimensionales

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x, y), \quad \lim_{y \rightarrow b} f(x, y)$$

demostrar que

$$\lim_{x \rightarrow a} \left[\lim_{y \rightarrow b} f(x, y) \right] = \lim_{y \rightarrow b} \left[\lim_{x \rightarrow a} f(x, y) \right] = L.$$